

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
Базовая кафедра динамического моделирования и биомедицинской  
инженерии

САРАТОВСКИЙ ФИЛИАЛ ИНСТИТУТА РАДИОТЕХНИКИ И  
ЭЛЕКТРОНИКИ РАН

**Б.П. БЕЗРУЧКО, Д.Д. КУЛЬМИНСКИЙ**

**КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР.  
ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ И МАГНИТНАЯ  
ПРОНИЦАЕМОСТЬ.**

Учебно-методическое пособие

Саратов 2015

УДК 530.18

Б53

Б53 Безручко Б.П., Учебно-методическое пособие для студентов факультета нано- и биомедицинских технологий. Саратов, 2015. 23 с.

Рецензент: д.ф.-м.н. Пономаренко В.И..

© Безручко Б.П., Кульминский Д.Д., 2015

Цепь, состоящая из катушки индуктивности и конденсатора (колебательный контур) — важнейший узел, представленный в любом радиоприемнике и телевизоре. В физике этот объект вместе с математическим маятником, маятником на пружине является одним из базовых при изучении колебаний и его даже называют электрическим маятником. В данной работе этот маятник используется для изучения собственных и вынужденных колебаний, явления резонанса, а также с его помощью измеряется диэлектрическая проницаемость материала и оценивается тип магнетика.

<b><u>СОДЕРЖАНИЕ</u></b> .....	3
1. Колебания.....	4
2. Емкость. Диэлектрики, диэлектрическая проницаемость.....	6
3. Конденсаторы.....	9
4. Индуктивность (коэффициент самоиндукции) L. Магнетики.....	12
5. Колебательный контур.....	16
6. Уравнение осциллятора.....	17
7. Собственные и вынужденные колебания. Резонанс.....	17
8. Экспериментальная установка.....	20
9. Практические задания.....	21
10. Контрольные вопросы.....	22
Литература.....	23

## 1. Колебания.

Колебаниями называют процессы или движения (изменения состояния во времени<sup>1</sup>), характеризующиеся той или иной степенью повторяемости. Поиском и изучением общих закономерностей их появления, существования и развития занимается теория колебаний.

Колебания столь разнообразны, что проще привести пример «неколебания» - см. рис.1.3а, где представлен монотонный рост котировок акций на бирже на некотором временном интервале, изменение есть, но отсутствует повторяемость. А вот изменение во времени угла отклонения груза на нитке (математического маятника) от состояния равновесия (рис. 1.3б), или численности зайцев и рысей в Канаде (рис. 1.3в), или индекса Доу-Джонса (рис. 1.3г) уже колебательные процессы (потому что измеряемые величины меняются «туда и обратно»).

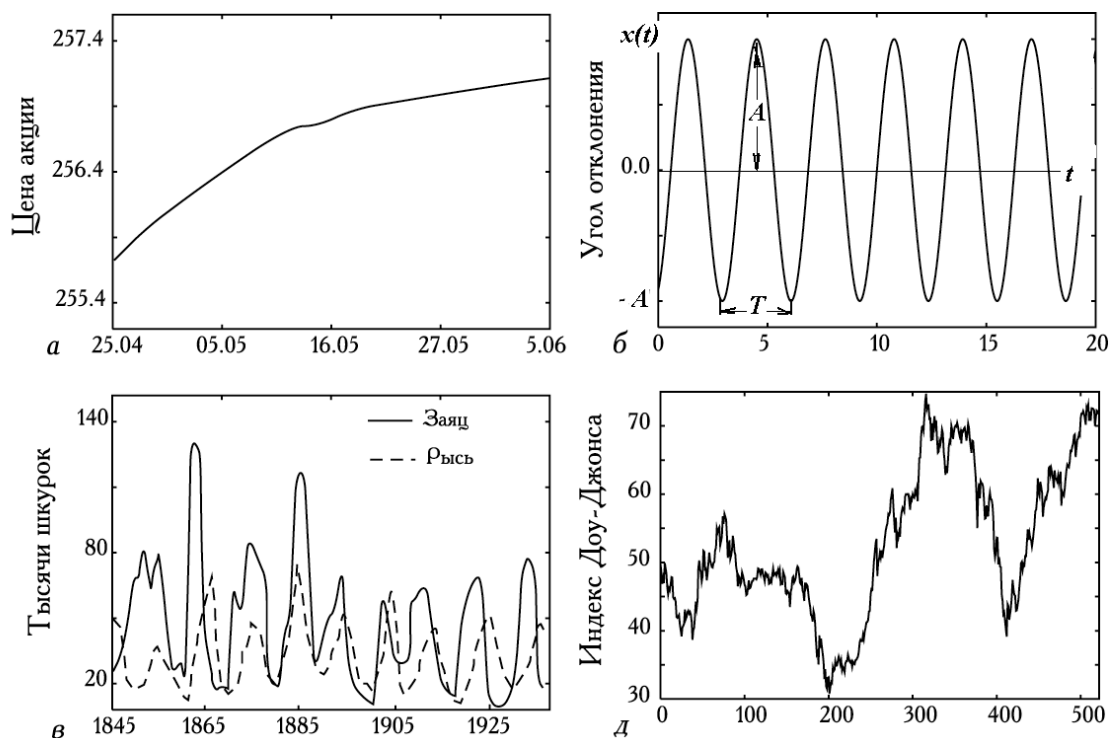


Рис. 1. Примеры неколебаний и колебаний: (а) неколебание – простой рост котировок акций на бирже (с сайта <http://www.rol.ru/news>); (б, в, г) колебания: соответственно состояния груза математического маятника; численности зайцев и рысей в Канаде, индекса Доу–Джонса за первые десять лет прошлого столетия.

<sup>1</sup> Независимой переменной может быть не только время. Например, наблюдаемая величина может совершать колебания изменении координаты, как например, на рис.1.1с. Но мы, в простейшем случае, когда можно обойтись без рассмотрения событий в пространстве. Будем использовать в качестве независимой переменной время  $t$ .

Далее мы будем рассматривать только колебания, совершающиеся по закону синуса или косинуса – частный, но очень важный вид периодических колебаний (повторяющихся через некоторое время  $T$  – период):

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1),$$

где  $A$  – амплитуда,  $\omega = 2\pi/T$  – круговая частота<sup>2</sup>,  $(\omega t + \varphi_0)$  – мгновенная фаза (фаза в момент  $t$ ),  $\varphi_0$  – начальная фаза (*при  $t=0$* ). График гармонических колебаний представлен на рис. 1б. На практике часто используется частота колебаний  $\nu$  или  $f$ , которая равна  $1/T$  и измеряется в Герцах (1Гц=1/с), тогда как  $\omega = 2\pi\nu$  измеряется в (рад/с).

Популярным эталонным объектом для иллюстрации и изучения колебаний является маятник. «Маятник — твердое тело, совершающее под действием приложенных сил колебания около неподвижной точки или вокруг оси. Простейший маятник состоит из небольшого массивного груза, подвешенного на нити (или легком стержне рис. 2а). Если считать нить нерастяжимой и пренебречь размерами груза по сравнению с длиной нити, а массой нити по сравнению с массой груза, ...такой маятник называется математическим...». Взятое из энциклопедии определение относится к объектам механики, однако в настоящее время термин «маятник» широко используют в приложении к системам различной природы. Так, цепь, состоящую из конденсатора и катушки индуктивности (*колебательный контур*, рис.1б), которую мы изучаем в этой лабораторной работе, называют электрическим маятником. При малых амплитудах колебания этих маятников, как и маятника «груз на пружине» рис.2в, близки к гармоническим, хотя при больших амплитудах формы колебаний этих маятников различаются и даже далеки от синусоидальной .

---

<sup>2</sup> На практике часто используется частота колебаний  $\nu$  или  $f$ , которая равна  $1/T$  и измеряется в Герцах (1Гц=1/с), тогда как  $\omega = 2\pi\nu$  измеряется в (рад/с).

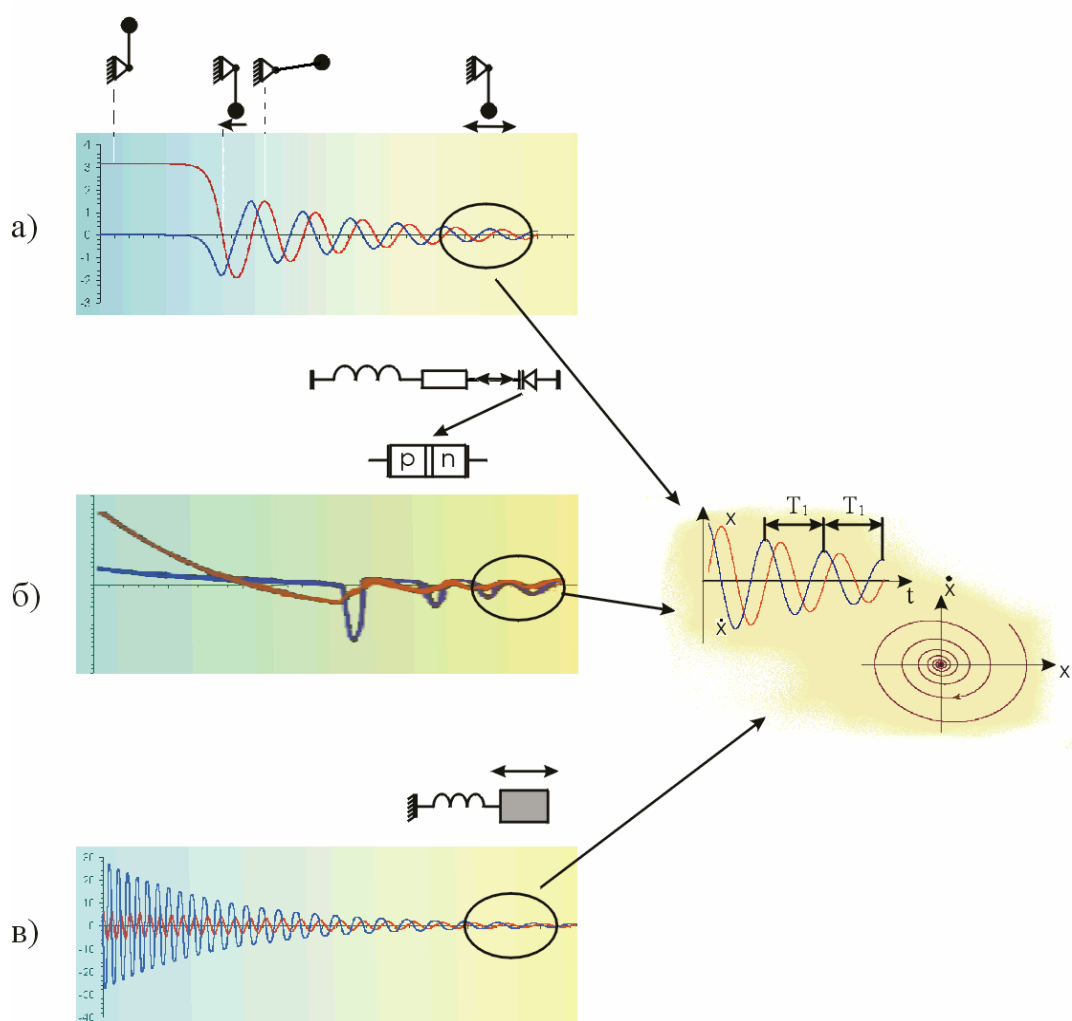


Рис. 2. Маятники: а – груз на стержне, б – колебательный контур с полупроводниковой емкостью (варактором), в – груз на пружине; зависимости от времени величин, характеризующих состояние и их скоростей, а справа – эти же зависимости и фазовый портрет при малых размахах.

## 2. Емкость С. Диэлектрики, диэлектрическая проницаемость.

*Емкостью* называют величину, характеризующую способность проводящего тела создавать электрическое поле при заряде:

$$C = \frac{q}{\varphi} \quad (2),$$

где  $q$  – величина заряда,  $\varphi$  - потенциал заряженного проводника.

Возьмем два незаряженных металлических шарика разного размера (рис 3) и поместим на них одинаковое количество электронов. Одинаковые

заряды  $q$  этих шариков создадут вокруг шаров распространяющиеся до бесконечности электрические поля, потенциал которых на поверхности шаров равен:  $\varphi = \frac{k * q}{R}$ , где  $R$ - радиус шара,  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ , а  $\varphi = 0$  в бесконечности.

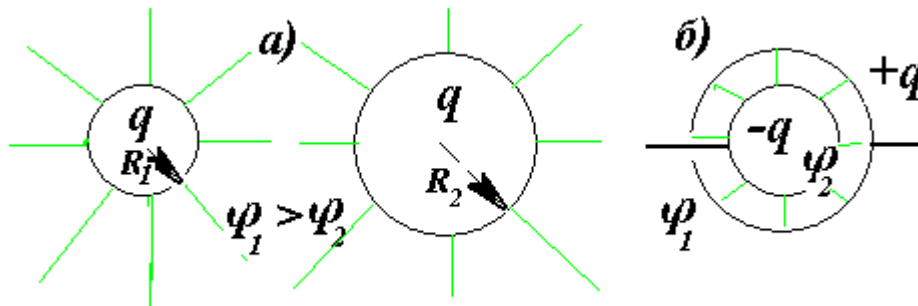


Рис. 3 Металлические шарики и электрические поля вокруг них

То есть потенциал малого шара  $\varphi_1$  будет больше, чем у шара большего радиуса  $\varphi_2$ , а его емкость  $C_1 = \frac{q}{\varphi_1} = \frac{q * R_1}{k * q} = \frac{R_1}{k}$  меньше емкости большого шара  $C_2 = \frac{R_2}{k}$ . При помещении шариков в неограниченный диэлектрик их потенциал уменьшится в  $\epsilon$  раз, а емкость в  $\epsilon$  раз увеличится. Так емкость шарика в диэлектрике будет равна:  $C = \epsilon * \frac{R}{k}$ . Величину  $\epsilon$  называют *относительной диэлектрической проницаемостью*. В табл. 1 приведены значения диэлектрической проницаемости некоторых веществ.

Вещество	$\epsilon$
Вода (чистая)	81
Воздух	1,0006
Кварц	4,5
Керамика (радиотехническая)	до 80
Парафин	2,3
Слюда	6-8

Стекло	4-7
Эбонит.	3
Янтарь	2,8

Таблица 1 Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ.

Влияние диэлектрика на электрическое поле объясняется явлением *поляризации* – перестройкой молекул диэлектрика, в результате которой на границах диэлектрика появляются заряды, напряженность поля  $\vec{E}'$  которых направлена противоположно напряженности поля  $\vec{E}_0$ , в которое помещен диэлектрик (рис. 4).

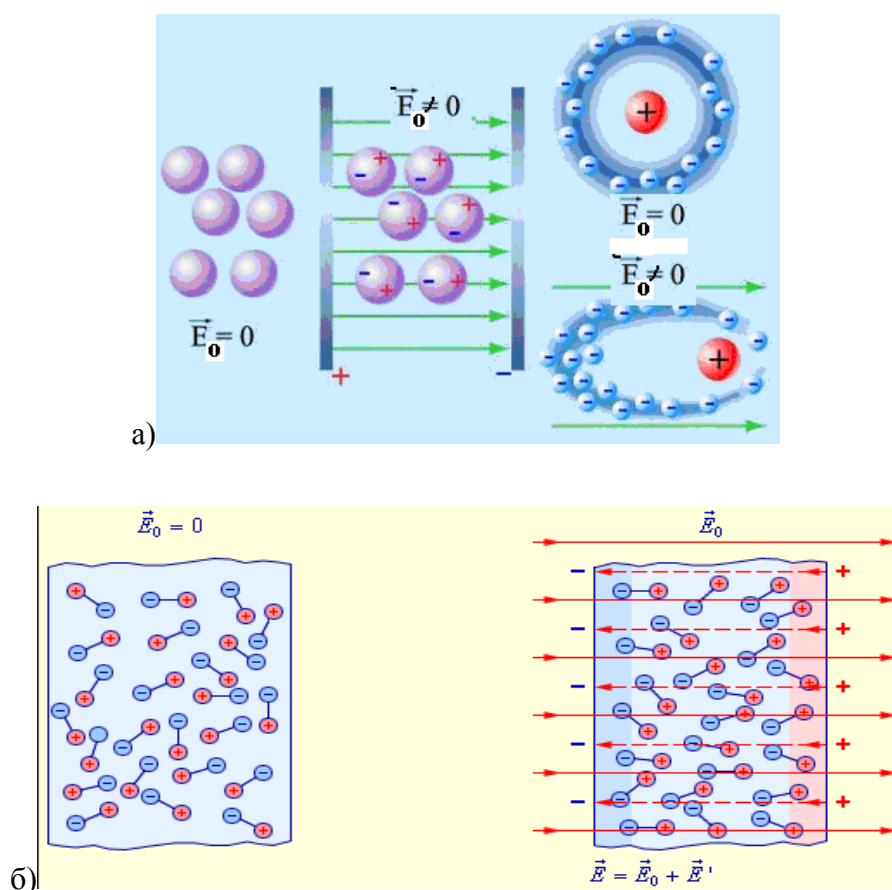


Рис. 4

Молекулы некоторых диэлектриков (полярных) и вне поля можно представить диполями (центры тяжести их положительных и отрицательных зарядов не совпадают) рис.4а. В неполярных диэлектриках эти центры



тяжести смещаются только во внешнем поле (неполярные диэлектрики). В обоих случаях поляризационные заряды представляют собой заряды концов повернутых внешним полем молекул вещества (рис.4а.).

Если обозначить через  $\vec{E}_0$  напряженность поля, созданного любыми заряженными телами в некоторой точке в вакууме, а через  $\vec{E}$  напряженность поля в этой же точке в том случае, когда при тех же зарядах все пространство заполнено диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , то  $\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon}$ . При частичном заполнении пространства диэлектриком ситуация усложняется - если границы диэлектрика не повторяют форму эквипотенциалей поля заряженного тела в пустоте, напряженность суммарного поля даже изменит направление.

### 3. Конденсаторы.

В примере с шариками (рис. 3а) электрическое поле «растекается» по пространству. Но, если поместить маленький шарик в большой, организовав от него вывод с помощью проволочки, пропущенной через отверстие (рис.3б), и заряжать эту систему, перемещая электроны с поверхности одного шарика на другой, поле будет сосредоточено (сконденсировано) только в пространстве между обкладками. Такие системы электродов называют *конденсаторами*, а составляющие их электроды – *обкладками*. Наибольшее распространение получили плоские конденсаторы (две разделенные слоем диэлектрика пластины) и цилиндрические (обычно это - диэлектрические трубочки, внешняя и внутренняя стороны которых металлизированы и играют роль обкладок конденсатора). Емкость конденсаторов равна:

$$C = \frac{q}{U} \quad (3),$$

где  $q$  - величина заряда на каждой из обкладок,  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  - напряжение между обкладками. В лекционных демонстрациях популярен опыт (рис.5) –

при введении диэлектрика разность потенциалов  $U$  между обкладками предварительно заряженного конденсатора заметно уменьшится, а т.к. заряд деваться некуда, и он не изменяется, то очевидно, что емкость конструкции увеличивается.

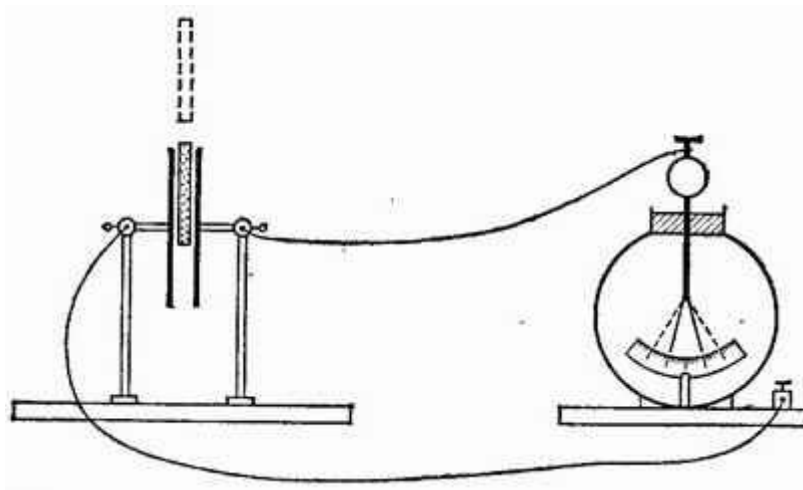


Рис. 5. Емкость конденсатора увеличивается при помещении эбонитовой пластинки между его обкладками. Листки электромметра спадают, хотя заряд остается прежним.

В работе нам потребуется формула для емкости плоского конденсатора. Получим ее из (3) в предположении, что пластины его обкладок - бесконечные равномерно заряженные поверхности. Это приближение допустимо, если размеры пластин, площадь которых  $S$ , много больше ширины  $d$  зазора между ними. Пусть зазор между пластинами полностью заполнен диэлектриком с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ . Тогда:

$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma * S}{E * d}$ , где  $\sigma$  - поверхностная плотность заряда одной пластины,  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon * \varepsilon_0}$  - напряженность поля двух пластин в диэлектрике. В итоге получаем:

$$C = \varepsilon * \varepsilon_0 * \frac{S}{d} \quad (4).$$

Из формулы (4) следует, что емкость конденсатора зависит только от его геометрических размеров и качества диэлектрика. Следует понимать, что емкость конденсатора увеличивается в  $\varepsilon$  раз только в том

случае, если все поля конденсатора оказывается в диэлектрике. Это будет, например, у конденсатора, который целиком погружен в какой-либо жидкий диэлектрик, налитый в большой сосуд. Однако если расстояние между обкладками мало по сравнению с их размерами, то можно считать, что достаточно заполнить только пространство между обкладками, так как именно здесь практически сосредоточено электрическое поле конденсатора.

Помещая между обкладками вещество с большой диэлектрической проницаемостью, можно сильно увеличить емкость конденсатора. Этим пользуются на практике, и обычно в качестве диэлектрика для конденсатора выбирают не воздух, а керамику, стекло, парафин, слюду и другие вещества. На рис. 6 показан дешевый и поэтому ранее очень популярный конденсатор, у которого диэлектриком служит пропитанная парафином бумажная лента, а обкладками - станиолевые полосы.

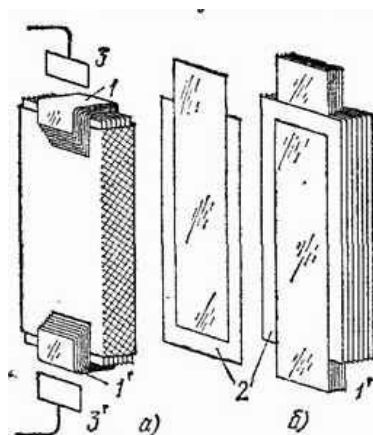


Рис. 6. Технический плоский конденсатор: а) в собранном виде; б) в частично разобранном виде: 1 и 1' – станиолевые ленты, между которыми проложены ленты парафинированной тонкой бумаги 2. Все ленты вместе складываются «гармошкой» и вкладываются в металлическую коробку. К концам лент 1 и 1' припаиваются контакты 3 и 3' для включения конденсатора в схему

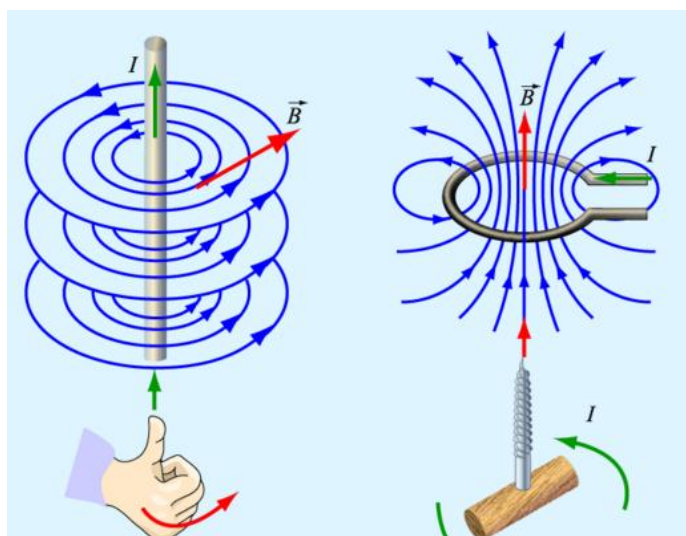
Так, например, такой конденсатор размером со спичечную коробку имеет емкость в несколько мкФ.

В настоящее время при изготовлении конденсаторов в качестве диэлектриков часто используют керамику, обладающую хорошими

изолирующими свойствами. В противном случае заряды утекали бы через диэлектрик и конденсатор самопроизвольно разряжался. Но в соответствии с современными тенденциями лидирующее место в схемотехнике занимают полупроводниковые элементы.

#### 4. Индуктивность (коэффициент самоиндукции) L

Магнитные поля порождаются движущимися электрическими зарядами (электрическими токами) и изменяющимися во времени электрическими полями. Поле проводника при протекании по нему тока



силой  $i$  имеет вид (рис.7а). Поле плоского замкнутого контура представлено на рис. 7б, оно в основном сосредоточено внутри кольца, а направление вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  легко определить с помощью правого винта или буравчика.

Рис. 7.

Способность проводника создавать магнитное поле зависит от его формы и характеризуется индуктивностью (коэффициентом самоиндукции) L:

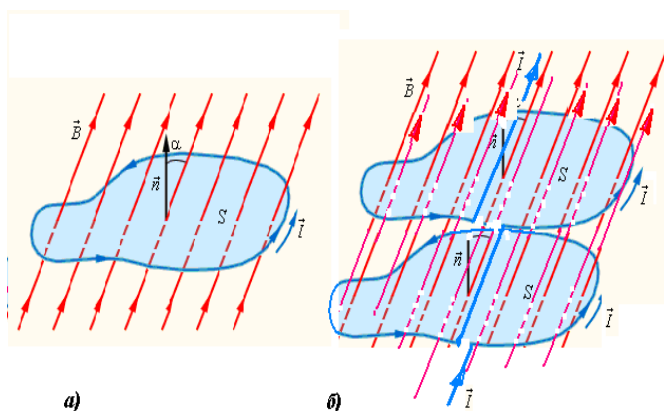


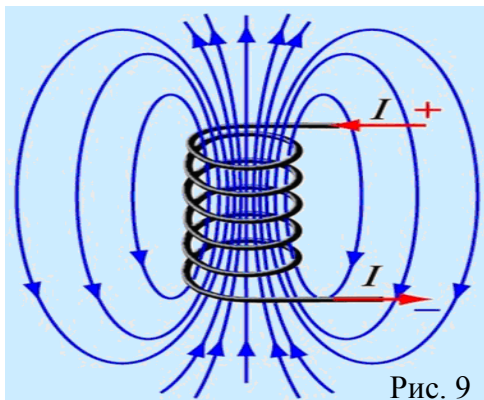
Рис.8

$$\phi = L \cdot i \quad (5),$$

где,  $\phi$  - магнитный поток, который, если поле однородно и контур расположен на плоскости (рис.8), равен:

$$\phi = \vec{B} \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos(\alpha) \quad (6),$$

здесь  $\vec{S}$  - вектор длиной  $S$  нормальный к плоскости,  $\alpha$  - угол между векторами  $B$  и  $S$ . В этой ситуации магнитный поток  $\phi$  можно представить числом магнитных линий, протыкающих плоскость контура, но при этом надо рисовать линии столь густо, что число линий нормально протыкающих площадку с единичной площадью (в системе единиц СИ  $S = 1\text{ м}^2$ ) равнялось величине магнитной индукции  $B$  в этом месте поля<sup>3</sup>. Так при соблюдении договоренных правил изображения, если на рис. 9 при  $S=1\text{ м}^2$ ,  $i = 1\text{ А}$ ,



индукции поля  $B=7\text{ Тл}$ , то при  $\alpha=0$  магнитный поток равен  $\Phi_1=7\text{ Вб}$ ,  $L_1 = 7$  Гн. Но, если из двух таких контуров сделать катушку с двумя витками (рис. 8б), то при том же значении силы тока число проколов магнитными линиями образовавшего

большого контура стало равным 28, а следовательно и индуктивность  $L_2 = 28 = 4L_1$ . Рассуждая подобным образом при постепенном увеличении числа витков до  $n$  можно показать, что индуктивность катушки рис. 9 растет по закону:  $L_n = 2^n L_1$ .

При протекании тока силой  $i$  в магнитном поле катушки индуктивности  $L$  запасается энергия  $W_m = L \cdot i^2 / 2$ .

**Магнетики.** Помещая в катушку различные вещества (магнетики), можно добиться как увеличения коэффициента самоиндукции, так и его уменьшения. Физическая величина, показывающая, во сколько раз индукция  $\vec{B}$  магнитного поля в однородной среде отличается по модулю от индукции магнитного поля в вакууме  $\vec{B}_0$ , называется **магнитной проницаемостью**:

$$\mu = B / B_0$$

<sup>3</sup>В общем случае когда поле неоднородно для определения  $\phi$  требуется проводить разбиение контура на участки, записывать потоки через площадки и проводить интегрирование.

Вещества крайне разнообразны по своим магнитным свойствам. У большинства веществ эти свойства выражены слабо. **Слабо-магнитные вещества** делятся на две большие группы – **парамагнетики** и **диамагнетики**. Они отличаются тем, что при внесении во внешнее магнитное поле парамагнитные образцы намагничиваются так, что их собственное магнитное поле оказывается направленным по внешнему полю, а диамагнитные образцы намагничиваются против внешнего поля. Поэтому у парамагнетиков  $\mu > 1$ , а у диамагнетиков  $\mu < 1$ . Отличие  $\mu$  от единицы у пара- и диамагнетиков чрезвычайно мало. Например, у алюминия, который относится к парамагнетикам,  $\mu - 1 \approx 2,1 \cdot 10^{-5}$ , у хлористого железа ( $\text{FeCl}_3$ )  $\mu - 1 \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$ . К парамагнетикам относятся также платина, воздух и многие другие вещества. К диамагнетикам относятся медь ( $\mu - 1 \approx -3 \cdot 10^{-6}$ ), вода ( $\mu - 1 \approx -9 \cdot 10^{-6}$ ), висмут ( $\mu - 1 \approx -1,7 \cdot 10^{-3}$ ) и другие вещества.

Пара- и диамагнетизм объясняется поведением электронных орбит во внешнем магнитном поле. У атомов диамагнитных веществ в отсутствие внешнего поля собственные магнитные поля электронов и поля, создаваемые их орбитальным движением, полностью скомпенсированы. Возникновение диамагнетизма связано с действием силы Лоренца на электронные орбиты. Под действием этой силы изменяется характер орбитального движения электронов и нарушается компенсация магнитных полей. Возникающее при этом собственное магнитное поле атома оказывается направленным **против** направления индукции внешнего поля. Следует отметить, что диамагнитными свойствами обладают атомы любых веществ. Однако во многих случаях диамагнетизм атомов маскируется более сильным парамагнитным эффектом.

Вещества, способные сильно намагничиваться в магнитном поле, называются **ферромагнетиками**. Магнитная проницаемость ферромагнетиков по порядку величины лежит в пределах  $10^2$ – $10^5$ . Например, у стали  $\mu \approx 8000$ , у сплава железа с никелем магнитная проницаемость

достигает значений 250000. К рассматриваемой группе относятся четыре химических элемента: железо, никель, кобальт, гадолиний. Из них наибольшей магнитной проницаемостью обладает железо. Поэтому вся эта группа получила название ферромагнетиков. Ферромагнетиками могут быть различные сплавы, содержащие ферромагнитные элементы. Широкое применение в технике получили керамические ферромагнитные материалы – ферриты.

Природа ферромагнетизма может быть до конца понята только на основе квантовых представлений. В результате сильного взаимодействия спиновых магнитных полей соседних электронов внутри кристалла ферромагнетика возникают самопроизвольно намагниченные области размером порядка  $10^{-2}$ – $10^{-4}$  см. Эти области называются **доменами** (рис. 10.). В отсутствие внешнего магнитного поля направления векторов индукции магнитных полей в различных доменах ориентированы в большом кристалле хаотически (рис. 10.1). Такой кристалл в среднем оказывается ненамагниченным. При наложении внешнего магнитного поля  $B_0$  происходит смещение границ доменов так, что объем доменов, ориентированных по внешнему полю, увеличивается. С увеличением индукции внешнего поля возрастает магнитная индукция намагниченного вещества (рис. 10.2 и 3).

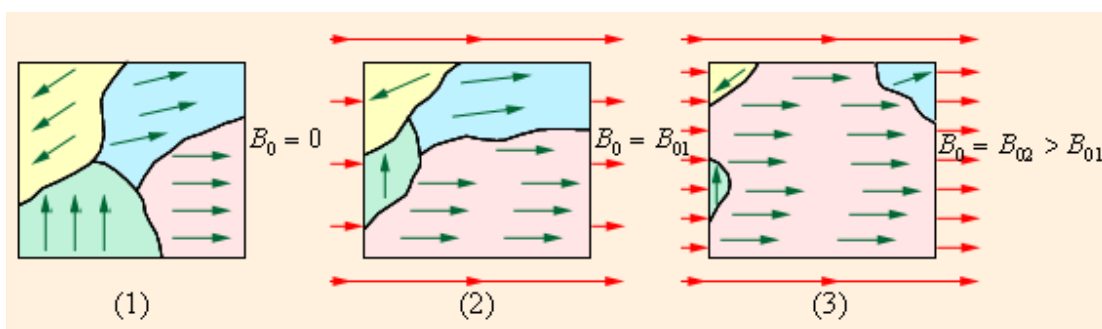


Рис.10 .  
 Намагничивание ферромагнитного образца. (1)  $B_0 = 0$ ; (2)  $B_0 = B_{01}$ ;  
 (3)  $B_0 = B_{02} > B_{01}$

При помещении катушку сердечников из ферро – или парамагнетика, величина коэффициента самоиндукции  $L$  увеличивается, а диамагнитный материал уменьшает индуктивность.

## 5. Колебательный контур

Колебательный контур — важнейший узел, представленный в любом радиоприемнике и телевизоре. В простейшей конструкции контура рис.11а обкладки воздушного конденсатора соединены проволокой, скрученной в виде цилиндрической спирали. В настоящее время в приборах чаще используются «полупроводниковые конденсаторы» - варакторные диоды (см. рис.11в), но идея контура сохраняется – в этой цепи присутствуют и емкость и индуктивность (рис. 11д). В приведенных на рис.11б,д схемах контуров присутствует сопротивления  $R$ , которое характеризует неизбежные в реальных цепях потери на нагрев и излучение<sup>4</sup>. В гипотетическом случае отсутствия потерь (при  $R=0$ ) в колебательном контуре могут происходить колебательные процессы, в течение которых сумма энергия электрического поля в конденсаторе и магнитного в катушке остается неизменной  $C * U(t)^2 / 2 + L * i(t)^2 / 2 = const$ . При этом конденсатор и катушка обмениваются энергией.

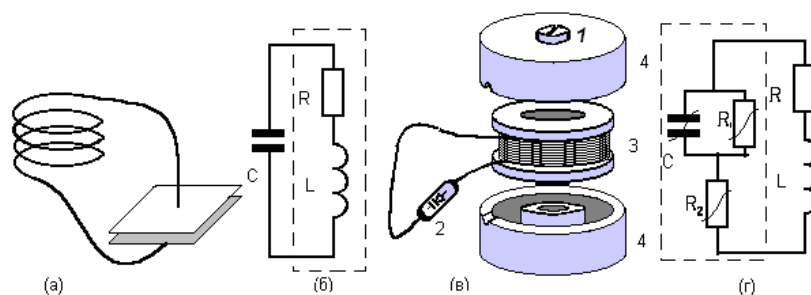


Рис. 11. Простейший колебательный контур (а) и его эквивалентная схема (б).

Типичный вид контура в радиосхеме (в): 1 — резистор, 2 — варакторный диод, 3 — катушка, намотанная медным проводом на диэлектрическом каркасе, 4 — сердечник из карбонильного железа, в который вставляется катушка; (г) эквивалентная схема цепи, в которой диод представлен совокупностью нелинейных емкости и сопротивлений.

<sup>4</sup> Возбуждаемые переменными полями электромагнитная волна излучается в пространство и тоже уносит энергию.



## 6. Уравнение осциллятора.

При относительно малых величинах токов  $i$  и напряжений  $U$  в цепи, когда параметры  $L, C, R$  элементов контура рис.3б постоянны (не зависят от величин токов и напряжений) при последовательном<sup>5</sup> включении в него источника гармонической эдс  $e(t) = e_m \cdot \sin(\omega t)$  уравнение цепи, полученное на основе второго закона Кирхгоффа имеет вид:

$$L \frac{\partial i}{\partial t} + iR + U_c = e_m \cdot \sin(\omega t) \quad (7)$$

Положим  $i = \frac{dq}{dt}$  и  $U_c = \frac{q}{C}$ , где  $q$  – заряд конденсатора, и поделим

(7) на  $L$ . Получим уравнение вида:

$$\frac{\partial^2 q}{\partial t^2} + \frac{R}{L} \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{1}{LC} q = V \cdot \sin(\omega t) \quad (8)$$

Вводя обозначения  $\delta = \frac{R}{2L}$  и  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ , уравнение (8) сводят к

известному модельному дифференциальному уравнению второго порядка - уравнению *неавтономного линейного диссипативного осциллятора* :

$$\ddot{q} + 2\delta\dot{q} + \omega_0^2 q = V \sin \omega t \quad (9)$$

где  $q$  – динамическая переменная (заряд),  $\delta = R/2L$  — параметр, называемый коэффициентом диссипации (характеризует потери электромагнитной энергии),  $\omega_0^2 = 1/LC$  – параметр, имеющий смысл частоты собственных колебаний.

## 7. Собственные и вынужденные колебания. Резонанс.

При нулевой амплитуде воздействия ( $V=0$ , *собственные колебания*) решение уравнения (9) имеет вид затухающих колебаний рис.12.:

---

<sup>5</sup> Такую схему включения называют последовательным контуром, в отличие от параллельного контура, когда элементы и источник эдс включены параллельно.

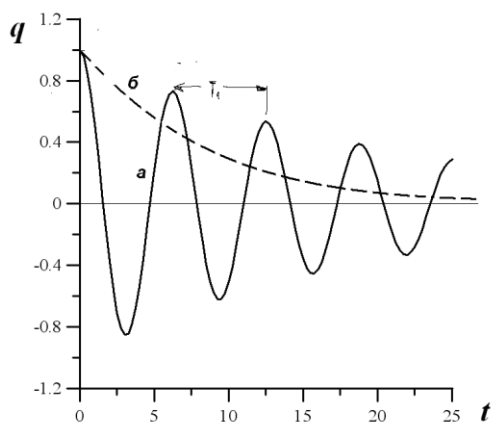


Рис.12. Затухающие собственные колебания осциллятора с потерями (диссипативного осциллятора) при  $\omega_0 = 1$ ,  $\delta = 0.1$  (а); при очень больших потерях маятник возвращается в положение равновесия, не совершая колебаний (б).

Такие колебания можно пронаблюдать в любом из маятников рис.2, выведя их из состояния равновесия и предоставив самим себе (например, зарядив конденсатор от внешнего источника и замкнув цепь). Можно убедиться, что через некоторое время, когда амплитуда колебаний станет относительно небольшой и при не очень большом затухании все они будут возвращаться в состояние равновесия колебательно - совершать квазигармонические (почти гармонические) колебания, имеющие частоту  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  и затухающие по закону  $\exp(-\delta t)$ .

Для оценки потери энергии в осцилляторе, помимо коэффициента затухания, вводят добротность  $Q = \rho / R$ , где  $\rho = \sqrt{L/C}$  – волновое сопротивление.

С ростом потерь квазипериод  $T_1 = 2\pi/\omega_1$  колебаний возрастает и они затухают быстрее (кривая (а) на рис.12 растягивается по горизонтали и сжимается по вертикали), а когда  $\delta^2$  превышает  $\omega_0^2$ , движения становятся аperiodическими – значение переменной от начального условия монотонно затухает по экспоненте до 0 (кривая (б)).

При наличии гармонического воздействия с амплитудой  $V$  и частотой воздействия  $\omega$  решение уравнений представляется в виде суммы общего

решения однородного и частного решения неоднородного уравнений. Другими словами, колебания контура представляют суперпозицию затухающих собственных с частотой  $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$  и незатухающих вынужденных колебаний с частотой воздействия  $\omega$ . После полного затухания собственных колебаний и остаются только вынужденные колебания. Амплитуда вынужденных колебаний зависит от амплитуды и частоты воздействия, от добротности  $Q$  контура. На рис.12 представлена резонансная характеристика – зависимость амплитуды вынужденных колебаний от частоты воздействия.

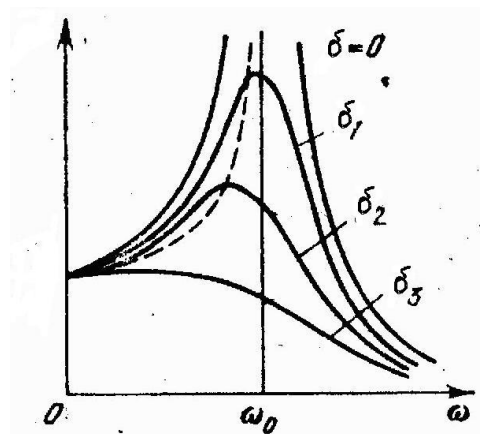


Рис.13. Резонансные характеристики осциллятора при различных  $\delta$ .

На характеристике имеется максимум, соответствующий *резонансу*, так называется увеличение амплитуды вынужденных колебаний при определенных условиях. Это явление имеет большое значение в различных системах совершающих вынужденные колебания. Из рис.13 видно, что при малых потерях энергии максимум имеет место при  $\omega = \omega_0$ , с появлением потерь частота резонанса меньше  $\omega_0$  из-за наличия диссипации. Опираясь на решение уравнения (8), можно получить еще одно соотношение для добротности  $Q = \omega_{рез} / \Delta\omega$ , где  $\omega_{рез}$  – резонансная частота осциллятора,  $\Delta\omega$  – ширина резонансной характеристики по уровню  $-3\text{дБ}$ . Уровень  $-3\text{дБ}$  соответствует уменьшению мощности колебаний в два раза, или это

соответствует уменьшению амплитуды колебаний в  $0.707\dots$  раз. Последнее выражение для добротности очень удобно для ее оценки в эксперименте.

### 8. Экспериментальная установка.

Экспериментальная установка представляет собой последовательный  $LC$  контур, состоящий из плоского конденсатора  $C$ , между пластинами которого можно вносить диэлектрическую пластину, и катушки индуктивности  $L$ , в которую можно вставлять различные сердечники. Фотография основной платы лабораторной установки приведена на рис. 14.

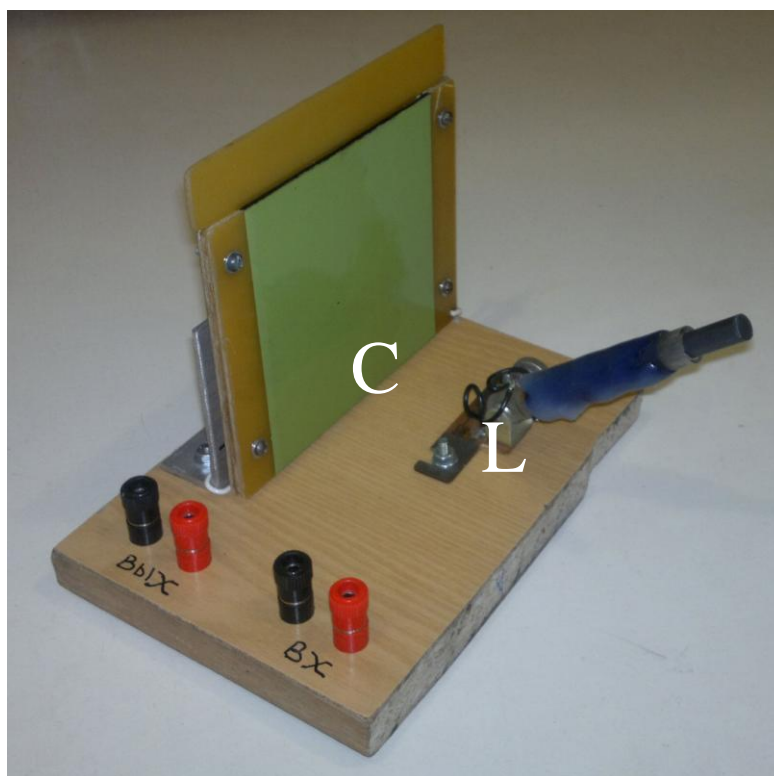


Рис. 14 Фотография основной платы лабораторной установки.

Экспериментальная работа начинается со сборки электрической схемы в соответствии с рис. 15. К контуру подключается источник возбуждающего синусоидального сигнала («генератор») и двухканальный осциллограф («осциллограф»). Канал 1 осциллографа фиксирует возбуждающий сигнал, который при измерении резонансной кривой необходимо поддерживать на одном и том же уровне. Осциллограф позволяет измерять амплитуду частоту воздействия, которое подается на

клеммы «вход» основной платы. С выхода основной платы на канал 2 осциллографа подается напряжение с конденсатора колебательного контура. Таким образом, фиксируется амплитуда колебаний.

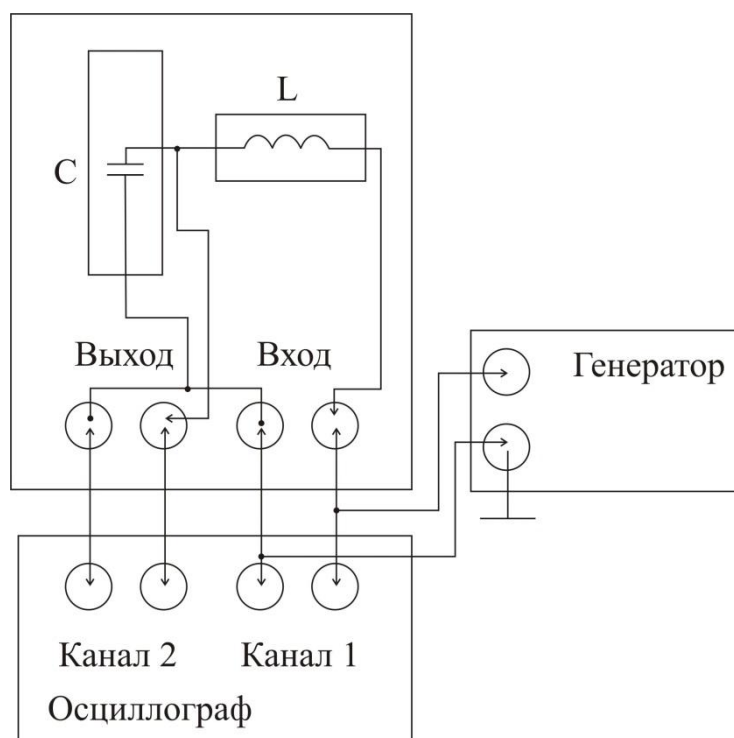


Рис. 15 Блок схема установки.

## 9. Практические задания

### Задание №1.

Соберите схему согласно рис. 15. На генераторе задайте синусоидальную форму сигнала и амплитуду 5В. Постройте резонансную кривую исследуемого контура, меняя частоту в диапазоне 0.5-1.5 МГц с шагом в 0.1. Данные занесите в таблицу и постройте график, по которому определите резонансную частоту  $\omega_1$  и добротность  $Q$  колебательного контура.

### Задание №2.

Рассчитайте емкость плоского конденсатора, расположенного на основной плате, между его обкладками находится только воздух. Рабочая формула:  $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \frac{S}{d}$ , где  $C$  (фарад) – емкость,  $S$  (метр<sup>2</sup>) – площадь пластин

конденсатора,  $d$  (метр) – расстояние между пластинами,  $\varepsilon_0$  (Фарад/метр) электрическая постоянная,  $\varepsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость. Геометрические размеры конденсатора приведены на основной плате установки.

Рассчитайте резонансную частоту  $LC$  контура по формуле  $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , где  $L$  – индуктивность катушки без сердечника,  $C$  – емкость плоского воздушного конденсатора. Номиналы индуктивности приведены на установке.

Сопоставьте величины резонансных частот, полученные в эксперименте и в результате расчета.

### **Задание №3**

Определите относительную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  материала пластины, помещенной между обкладками конденсатора. Для этого постройте и сопоставьте резонансные кривые  $LC$  контура в двух случаях – с пустым конденсатором и со вставленной в него пластиной.

### **Задание №4**

Помещая в катушку индуктивности сердечники разных материалов, определите по резонансной кривой характер магнетика.

## **10. Контрольные вопросы.**

- 1) Дайте определение электроемкости  $C$  и индуктивности  $L$ .
- 2) Какие процессы и движения называют колебательными?
- 3) Какую частоту колебаний измеряют в Герцах?
- 4) Какие колебания называют гармоническими? Нарисуйте график этих колебаний и с его помощью поясните смысл характеризующих их параметров.
- 5) Когда колебания маятников груз на стержне, груз на стержне, колебательного контура близки к гармоническим?
- 6) Какую систему электродов называют конденсатором?
- 7) Получите формулу для сферического конденсатора.

- 8) Почему емкость конденсатора увеличивается при введении в него диэлектрика?
- 9) Почему диэлектрики ослабляют напряженность электрического поля, в которое их помещают?
- 10) Как влияет на индуктивность катушек заполнение их магнетиком?
- 11) Явление резонанса и когда оно наблюдается?
- 12) Почему резонансная частота колебательного контура всегда уменьшается при введении диэлектрика, а введение магнетика может влиять по-разному?
- 13) Поясните идею измерения диэлектрической проницаемости твердого материала в данной лабораторной работе.
- 14) Чему равна частота вынужденных колебаний?

### **Литература**

1. Сивухин Д.В. Общий курс физики. –Т. 3, Электричество, 4-е изд., стереот. — М.: ФИЗМАТЛИТ; Изд-во МФТИ, 2004. - 656 с.
2. Савельев И.В. Курс общей физики, –Т. 2, Электричество, М, 2-е изд., перераб. - М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1982.— 496с.
3. Скрипников Ю. Ф. Колебательный контур — М.: Энергия, 1970—128 с.: ил. — (МРБ; Вып. 739)
- Изюмов Н. М., Линде Д. П. Основы радиотехники. - М.:Радио и связь, 1983